Załącznik 3.

Autoreferat

Imię i nazwisko: **Tadeusz Klecha**

Posiadane dyplomy i stopnie naukowe:

- dyplom magistra matematyki: Wydział Matematyki i Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego, 1966r. (*Dwuwymiarowe dynamiczne zagadnienia naprężeń cieplnych*; promotor Prof. W. Nowacki)
- stopień doktora nauk technicznych: IPPT PAN, 1983r., rozprawa doktorska pod tytułem *Fale powierzchniowe w niejednorodnej, izotropowej półprzestrzeni sprężystej*; promotor Prof. J. Ignaczak)

Dotychczasowe zatrudnienie w jednostkach naukowych:

2006 –	Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie
1985 – 2005	Akademia Ekonomiczna w Krakowie
1971 – 1983	Politechnika Świętokrzyska w Kielcach; na stanowiskach: asystenta, starszego asystenta i wykładowcy
1967 – 1971	doktorant IPPT PAN w Warszawie

Osiągnięcie naukowe, o którym mówi art. 16 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki, stanowi jednotematyczny cykl publikacji pod tytułem:

Problem fal powierzchniowych w anizotropowej niejednorodnej półprzestrzeni sprężystej opisany w języku naprężeń.

Omówiony w dalszej części autoreferatu (str. 2–7) cykl składa się z ośmiu prac:

[1] T. Klecha, *Surface stress waves in a nonhomogeneous elastic half – space. Part I. General result based on spectral analysis. Existence and analyticity theorems*, Arch. Mech. **48**, 3, pp. 493 – 512, Warszawa 1996,

[2] T. Klecha, *Surface stress waves in a nonhomogeneous elastic half – space. Part II. Existence of surface waves for an arbitrary variation of Poisson's ratio. Approximate solution based on perturbation methods,* Arch. Mech. **48**, 3, pp. 513 – 539, Warszawa 1996,

[3] T. Klecha, *Propagation of surface waves in a nonhomogenous anisotropic elastic semi - space*, Bull. Pol. Ac. Sci.tech. **46**, 2, 1998 (163-176).

[4] T. Klecha, *Existence and uniqueness of the solution to the problem of surface wave propagation in a nonhomogenous isotropic elastic half-space*, Bull. Ac. Pol. Sci.tech., **47**, 3, 1999 (221-225).

[5] T. Klecha, *Analysis of surface wave operator in a nonhomogenous isotropic elastic semi-space. Part I*, Bull. Ac. Pol. Sci.tech. **48**, 4, 2000 (493-498).

[6] T. Klecha, *Analysis of surface wave operator in a nonhomogenous isotropic elastic semi-space. Part II*, Bull. Ac. Pol. Sci.tech. **48**, 4, 2000 (499-504).

[7] T. Klecha, *Analysis of surface wave operator in a nonhomogenous anisotropic elastic semi-space*, Bull. Ac. Pol. Sci.tech. **48**, 4, 2000 (505-511).

[8] T. Klecha, *The application of a small parameter method to analysis of the stress surface waves in a nonhomogeneous isotropic halfspace,* Bull. Ac. Pol. Sci.tech. **50**, 4, 2002 (277-284).

Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo – badawczych zamieszczono na str. 8 i 9.

T. Klecha

Problem fal powierzchniowych w anizotropowej niejednorodnej półprzestrzeni sprężystej opisany w języku naprężeń.

1. Sformułowanie tematu. Własności operatorów w równaniach naprężeniowych opisujących propagację fal powierzchniowych w niejednorodnej półprzestrzeni sprężystej.

W pracy [1] rozważana jest izotropowa półprzestrzeń sprężysta, której parametry: gęstość, moduł ścinania i liczba Poissona zależą od głębokości półprzestrzeni. Rozważając następnie rozwiązanie postaci $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\alpha}(x_2)\exp\left[\mathrm{i}\left(sx_1 - t\sqrt{\lambda}\right)\right]$, dostaje się na częstość kątową ω taką, że $\lambda = \omega^2$ i funkcję $\boldsymbol{\alpha}(x_2)$ uogólniony problem własny: $\mathbf{A}(s)\boldsymbol{\alpha} - \lambda\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{0}$, gdzie $\mathbf{A}(s)$ jest samosprzężonym macierzowym operatorem różniczkowym, $\mathbf{B}$ macierzą dodatnio określoną oraz $\boldsymbol{\alpha}$ jest wektorem własnym. Rozwiązanie tego problemu daje możliwe gałęzie $\lambda_\alpha(s)$ związku dyspersyjnego. Interesuje nas tylko widmo dyskretne, to znaczy takie, że odpowiednie funkcje własne są z $(\mathrm{L}^2(0,\infty))^3$ lub $(\mathrm{C}^2[0,\infty))^3$, co zapewnia, że mamy do czynienia istotnie z falami powierzchniowymi. Okazuje się, że powyższy problem można również sprowadzić do skalarnego równania różniczkowego rzędu czwartego zależnego od parametru λ w sposób nieliniowy. Dowodzi się następnie, że jeżeli rozważane fale istnieją, to ich związek dyspersyjny jest funkcją analityczną parametru s. Dokładniej częstość, a więc i prędkość fali są analitycznymi funkcjami liczby falowej s w całym zakresie zmienności liczb falowych. W tym celu użyto teorii homomorficznych rodzin typu B (por. [10]).

W 1971 (por. [9]) J. Ignaczak sformułował problem propagacji naprężeniowych fal powierzchniowych. Zagadnienie sprowadzało się do rozwiązania problemu własnego:

(1.1) $$\mathbf{A}(s)\boldsymbol{\alpha} - \lambda\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{0}\,,\quad \alpha_{ij} = \alpha_{ij}(x_2)\quad \left(\alpha_{ij} \in \mathrm{C}^2[0,\infty);\, i,j = 1,2\right),$$

przy warunkach dla funkcji $\boldsymbol{\alpha}(x_2)$ oraz liczby falowej s:

(1.2) $$\alpha_{22}(0) = \alpha_{12}(0) = \alpha_{22}(\infty) = \alpha_{12}(\infty) = \alpha_{11}(\infty) = 0\,,\quad s > 0\,,$$

gdzie funkcja $\boldsymbol{\alpha}(x_2)$ oraz operatory $\mathbf{A}(s)$ i $\mathbf{B}$ w przypadku anizotropowym oraz izotropowym i dla płaskiego stanu odkształcenia są określone wzorami:

(1.3) $$\boldsymbol{\alpha}(x_2) = \begin{bmatrix} \alpha_{11}(x_2) \\ \alpha_{22}(x_2) \\ \alpha_{12}(x_2) \end{bmatrix},$$

(1.4) $$\mathbf{A}(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{s^2}{\rho} & 0 & \dfrac{s}{\rho}D \\ 0 & -\mathrm{D}\dfrac{1}{\rho}\mathrm{D} & s\mathrm{D}\dfrac{1}{\rho} \\ -s\mathrm{D}\dfrac{1}{\rho} & -\dfrac{s}{\rho}\mathrm{D} & \dfrac{s^2}{\rho} - \mathrm{D}\dfrac{1}{\rho}\mathrm{D} \end{bmatrix},$$

(1.5)
$$\mathbf{B}=\begin{bmatrix} C_1 & C_2 & C_4 \\ C_2 & C_3 & C_5 \\ C_4 & C_5 & C_6 \end{bmatrix},$$

gdzie D – oznacza różniczkowanie względem x_2 ($\mathrm{D} = \mathrm{d}/\mathrm{d}x_2$, $x_2 \geq 0$). W przypadku izotropii:

(1.6)
$$C_1 = \kappa_{1111}(x_2)\,,\quad C_2 = 2\kappa_{1112}(x_2)\,,$$
$$C_5 = 2\kappa_{1222}(x_2)\,,\quad C_6 = \kappa_{2222}(x_2)\,,$$

gdzie $\kappa_{ijkl}(x_2)$ jest tensorem modułów podatności (compliance), jako współrzędnej przestrzennej.

Dziedzinami operatorów **A** i **B** są zbiory:

(1.7)
$$\mathrm{dom}\,\mathbf{A} = \{\boldsymbol{\alpha} \in [\mathrm{C}^2[0,\infty)]^3\} \qquad \alpha_{22}(0) = \alpha_{12}(0) = \alpha_{22}(\infty) = \alpha_{12}(\infty)$$
$$\mathrm{dom}\,\mathbf{B} = \{\boldsymbol{\alpha} \in [\mathrm{C}^2[0,\infty)]^3\} \qquad = \alpha_{11}(\infty) = 0\ .$$

W przypadku izotropii operator (dwuwymiarowy przypadek):

$$\mathbf{B}=\begin{bmatrix} \dfrac{1-\nu}{2\mu} & \dfrac{-\nu}{2\mu} & 0 \\ \dfrac{-\nu}{2\mu} & \dfrac{1-\nu}{2\mu} & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{1}{\mu} \end{bmatrix}, \text{tutaj}$$

$C_1 = \frac{1-\nu}{2\mu}$, $C_2 = \frac{-\nu}{2\mu}$, $C_4 = 0$, $C_3 = \frac{1-\nu}{2\mu}$, $C_5 = 0$, $C_6 = \frac{1}{\mu}$. W tym przypadku liczba parametrów sprężystości wynosi 2. Identyczna sytuacja jest w przypadku trójwymiarowym, tutaj liczba parametrów także wynosi 2.

W przypadku ogólnej anizotropii w $\mathbf{R}^3$ macierz:

$$\mathbf{B}=\begin{bmatrix} \kappa_{1111} & \kappa_{1122} & \kappa_{1133} & 2\kappa_{1123} & 2\kappa_{1131} & 2\kappa_{1112} \\ \kappa_{1122} & \kappa_{2222} & \kappa_{2233} & 2\kappa_{2223} & 2\kappa_{2231} & 2\kappa_{2212} \\ \kappa_{1133} & \kappa_{2233} & \kappa_{3333} & 2\kappa_{3323} & 2\kappa_{3331} & 2\kappa_{3312} \\ 2\kappa_{1123} & 2\kappa_{2223} & 2\kappa_{3323} & 4\kappa_{2223} & 4\kappa_{2331} & 4\kappa_{2331} \\ 2\kappa_{1131} & 2\kappa_{2231} & 2\kappa_{3331} & 4\kappa_{2331} & 4\kappa_{3131} & 4\kappa_{3112} \\ 2\kappa_{1112} & 2\kappa_{2212} & 2\kappa_{3312} & 4\kappa_{2331} & 4\kappa_{3112} & 4\kappa_{1212} \end{bmatrix},$$

Gdzie κ_{ijkl} są współczynnikami tensora podatności (compliance). Liczba parametrów wynosi 21 w przypadku anizotropii ogólnej.

W przypadku izotropowym niejednorodnym w $\mathbf{R}^3$ macierz **B**:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & \frac{-\nu}{E} & \frac{-\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu}{E} & \frac{1}{E} & \frac{-\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu}{E} & \frac{-\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix},$$

Tutaj

E – moduł Younga

$$\frac{1}{G} = \frac{2(1+\nu)}{E}$$

λ, μ – współczynniki Lamego

ν – współczynnik Poissona

μ – moduł ścinania

B zależy od 2 parametrów sprężystości.

Podobnie wygląda sytuacja w $\mathbf{R}^2$.

Natomiast w przypadku transwersalnej izotropii:

(Jest to grupa ζ_{12} generowana przez grupy obrotów $\mathbf{R}_{e_3}^{\varphi}$, $0 < \varphi < 2\pi$ ma 5 parametrów elastyczności. Transwersalna izotropia względem kierunku m jest scharakteryzowana przez ζ_{12} skracającą się z $\mathbf{1}$ i rotacji $\mathbf{R}_{m}^{\varphi}$, $(0 < \varphi < 2\pi)$. Materiał w punkcie $\boldsymbol{x}$ ma ζ_n symetrię jeśli ζ_n jest półgrupą ζ_x (por. [16]).

Dla ciała anizotropowego niejednorodnego w $\mathbf{R}^3$ macierz **B** jest postaci (por. [15], [16]):

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \kappa_{1111} & \kappa_{1122} & \kappa_{1122} & 0 & 0 & 0 \\ \kappa_{1122} & \kappa_{2222} & \kappa_{2233} & 0 & 0 & 0 \\ \kappa_{1122} & \kappa_{2233} & \kappa_{2222} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4\kappa_{2323} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4\kappa_{3131} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \kappa_{3131} \end{bmatrix},$$

Liczba parametrów wynosi 5.

Wszystkie macierze **B** wymienione przy analizie uogólnionego problemu własnego $\mathbf{A}(s)\boldsymbol{\alpha} - \lambda\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{0}$ oraz samosprzężony operator **A** spełniający założenia teorii Kato, dowód tego faktu jest podobny do dowodu w przypadku dwuwymiarowym. Zatem można sformułować tezę o analitycznej zależności amplitudy fali i prędkości fali od liczby falowej s $(s > 0)$.

Związki (1.1) – (1.5) powstały z analizy dwuwymiarowych naprężeniowych równań ruchu dla niejednorodnej półprzestrzeni sprężystej:

$$(1.8) \qquad 2\kappa_{ijkl}(\boldsymbol{x})\frac{\partial}{\partial t^2}\tau_{kl}(\boldsymbol{x},t) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\rho^{-1}(\boldsymbol{x})\frac{\partial \tau_{ik}}{\partial x_k}(\boldsymbol{x},t)\right] + \frac{\partial}{\partial x_i}\left[\rho^{-1}(\boldsymbol{x})\frac{\partial \tau_{jk}}{\partial x_k}(\boldsymbol{x},t)\right],$$

gdzie $\tau_{kl} = \tau_{kl}(\boldsymbol{x},t)$, $(i,j,k,l = 1{,}2)$, a $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2)$ jest poszukiwanym polem naprężeniowym. Tensor modułów podatności κ_{ijkl} jest 4-wskaźnikowym polem tensorowym spełniającym warunki:

(1.9) symetria: $\kappa_{ijkl} = \kappa_{jikl} = \kappa_{ijlk} = \kappa_{lkij}$,

(1.10) silna eliptyczność: $\kappa_{ijkl}a_i b_k a_j b_l > 0$ dla dowolnych wektorów $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$.

Zakłada się, że tensor $\kappa_{ijkl}(x_2)$ oraz funkcja gęstości $\rho(x_2)$ $(i,j,k,l = 1{,}2)$ zależą jedynie od x_2 i są ograniczonymi funkcjami klasy $\mathrm{C}^2[0,\infty)$. W półprzestrzeni sprężystej:

$$(1.11) \qquad U = \{\boldsymbol{x} = (x_1, x_2) : x_2 \geq 0, -\infty < x_1 < +\infty\}$$

macierz **B** jest dodatnio określona, gdy:

$$C_1(x_2) = \kappa_{1111} \geq \kappa_{1111\mathrm{min}} = d_1 > 0\,,$$

$$C_1(x_2)C_3(x_2) - C_2^2(x_2) = 4[\kappa_{1111}(x_2)\kappa_{1212}(x_2) - \kappa_{1112}^2(x_2)] \geq d_2 > 0\,,$$

$$\det \mathbf{B} \geq d_3 > 0\,,$$

natomiast d_1, d_2, d_3 są pewnymi dodatnimi liczbami rzeczywistymi.

Poszukujemy rozwiązania $\tau_{kl}(\boldsymbol{x},t)$ równania (1.8) w postaci:

$$(1.12) \qquad \tau_{11}(\boldsymbol{x},t) = \alpha_{11}(x_2)\exp\left[\mathrm{i}\left(sx_1 - t\sqrt{\lambda}\right)\right],$$

spełniającego warunki:

$$(1.13) \qquad \tau_{22}(x_1,0,t) = \tau_{12}(x_1,0,t) = 0\,,$$

$$(1.14) \qquad \tau_{22}(x_1,\infty,t) = \tau_{12}(x_1,\infty,t) = \tau_{11}(x_1,\infty,t) = 0$$

dla $-\infty < x_1 < +\infty$, $t > 0$, $\mathrm{i} = \sqrt{-1}$, $s > 0$, $\lambda > 0$.

Z (1.12) i (1.8) otrzymujemy równanie własne postaci $\mathbf{A}\boldsymbol{\alpha} - \lambda\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{0}$. Operator **A** ma wyznacznik charakterystyczny:

$$(1.15) \qquad \begin{vmatrix} -2\rho^{-1}\xi_1^2 & 0 & -2\rho^{-1}\xi_1\xi_2 \\ 0 & -2\rho^{-1}\xi_2^2 & -2\rho^{-1}\xi_1\xi_2 \\ -\rho^{-1}\xi_1\xi_2 & -\rho^{-1}(\xi_1^2+\xi_2^2) & -\rho^{-1}\xi_1\xi_2 \end{vmatrix} \equiv 0$$

w każdym punkcie (ξ_1, ξ_2) płaszczyzny zespolonej. Oznacza to, że układ (1.8) ma osobliwość. Można pokazać, że jeżeli istnieje pewne rozwiązanie tego układu, to spełnia ono warunek nierozdzielności (compatibility condition):

$$(1.16) \qquad \left\{\frac{1}{\mu}[(1-\nu)\tau_{11} - \nu\tau_{22}]\right\}_{,22} + \left\{\frac{1}{\mu}[(1-\nu)\tau_{22} - \nu\tau_{11}]\right\}_{,11} - 2\left\{\frac{1}{\mu}\tau_{11}\right\}_{,12} = 0$$

dla $(\boldsymbol{x},t)\in U\times[0,\infty)$.

W przypadku anizotropowym otrzymany warunek nierozdzielności można zapisać w postaci:

$$\begin{aligned}(C_1\alpha_{11}+C_2\alpha_{12}+C_3\alpha_{22})''+(C_2\alpha_{11}+C_3\alpha_{12}+C_5\alpha_{22})'\\ -s^2(C_4\alpha_{11}+C_5\alpha_{12}+C_6\alpha_{22})=0\ ,\end{aligned}\tag{1.17}$$

gdzie

$$\alpha_{11}=\frac{\lambda\rho C_2\alpha_{12}}{s^2-\lambda\rho C_1}-\frac{\alpha_{12}}{s^2-\lambda\rho C_1}+\frac{\lambda\rho C_4\alpha_{22}}{s^2-\lambda\rho C_1}\ ,\quad s^2-\lambda\rho C_1\neq 0.$$

Łatwo zauważyć, że przeciwdziedziny $\mathbf{R}(\mathbf{A})$ i $\mathbf{R}(\mathbf{B})$ operatorów $\mathbf{A},\mathbf{B}$ zarówno dla przypadku izotropowego jak i anizotropowego są równe, gdy spełniony jest warunek nierozdzielności.

Zwyczajne równanie różniczkowe:

$$-\left[\frac{\alpha_{12}-\nu(\alpha_{11}+\alpha_{22})}{2\mu}\right]''+\frac{s^2[\alpha_{11}-\nu(\alpha_{11}+\alpha_{22})]}{2\mu}-s\left[\frac{\alpha_{12}}{\mu}\right]'=0\tag{1.18}$$

jest równoważne płaskiemu warunkowi nierozdzielności dla półprzestrzeni izotropowej. W pracach [1], [5]) oraz [7] wykazano, że $\dim\ker\mathbf{A}=0$ w przypadku, gdy warunki nierozdzielności są spełnione, zaś $\dim\ker\mathbf{A}=\infty$ w przypadku przeciwnym.

W pracy [7] i pracy [5] pokazano, że dla izotropowej niejednorodnej półprzestrzeni sprężystej istnieje możliwość badania zagadnienia przy wykorzystaniu równania skalarnego 4-go rzędu. J. Ignaczak w pracy [11] pokazał, że dla półprzestrzeni izotropowej, gdy gęstość ośrodka $\rho(x_2)\equiv 1$ oraz moduł ścinania $\mu(x_2)$ i współczynnik Poissona $\nu(x_2)$ są ograniczonymi funkcjami klasy $\mathrm{C}^2[0,\infty)$, to problem propagacji fal powierzchniowych redukuje się do następującego problemu własnego – znaleźć parę $(\beta(x_2),C_{\mathrm{R}})$ spełniającą warunki:

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{s^2}\mathrm{D}\frac{1}{1-\Omega}\mathrm{D}-1\right)\frac{\Omega}{(1-\kappa)(2-\Omega)}[\mathrm{D}^2-s^2(1-\Omega\kappa)]\beta\\ +4\left(\frac{1}{2-\Omega}\mathrm{D}^2-\mathrm{D}\frac{1}{1-\Omega}\mathrm{D}\frac{1-\Omega}{2-\Omega}\right)\beta=0\end{aligned}\tag{1.19}$$

oraz

$$\beta(0)=\beta(\infty)=0$$

$$\frac{1}{s^2(2-\Omega)}\mathrm{D}\left\{\frac{\Omega}{(1-\kappa)(2-\Omega)}[\mathrm{D}^2-s^2(1-\Omega\kappa)]\beta-4s^2\frac{1-\Omega}{2-\Omega}\beta\right\}_{\substack{x_2=0\\x_2=\infty}}=0\ .\tag{1.20}$$

Tutaj

$$\kappa(x_2)=\frac{1-2\nu(x_2)}{2-2\nu(x_2)}\,,\Omega(x_2)=\frac{C_{\mathrm{R}}^2}{\mu(x_2)}\,,\mathrm{D}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x_2}\,,\kappa\in\mathrm{C}^2[0,\infty]\ ,0<\kappa_1\le\kappa\le\kappa_2\le\frac{3}{4}.$$

W pracy [4] wykazano, że jeżeli ograniczymy się do klasy $K=\{\beta(x_2):\beta(x_2)\in\mathrm{C}^4[0,\infty)\,,\beta(0)=0\,,\ \beta(\infty)=0\}$, $\mu(x_2)\equiv const$, to istnieje jedno rozwiązanie takie, że $\Omega_0\in[C_{2\mathrm{R}}^2,C_{1\mathrm{R}}^2]$, gdzie $C_{2\mathrm{R}}^2,C_{1\mathrm{R}}^2$ są kwadratami prędkości Rayleigha w odpowiednich ośrodkach izotropowych jednorodnych [3]. Natomiast w pracy [8] metoda małego parametru została użyta do badań istnienia fal powierzchniowych w słabo niejednorodnej izotropowej półprzestrzeni sprężystej.

2. Alternatywne sformułowanie problemu propagacji fal powierzchniowych w niejednorodnej półprzestrzeni sprężystej.

W sekcji tej korzystamy z metody Najmarka (por. [12]) i pokazujemy, że uogólniony problem własny (1.1) – (1.2) może być zredukowany do równania:

$$\boldsymbol{\gamma}'' + \mathbf{Q}\boldsymbol{\gamma} = \mathbf{0}\,, \tag{2.1}$$

gdzie $\boldsymbol{\gamma} = [\gamma_1, \gamma_2]^{\mathrm{T}}$ jest wektorem z przestrzeni $\mathrm{C}^2[0,\infty) \times \mathrm{C}^2[0,\infty)$ spełniającym warunek nierozdzielności (*compatibility condition*) i warunki:

$$\gamma_1(0) = \gamma_2(0) = 0 \tag{2.2}$$

natomiast operator $\mathbf{Q}$ określony jest wzorem (2.7).

Problem (2.1) – (2.2) jest badany za pomocą funkcji Green'a. Ponieważ (2.1) ma rozwiązanie dla $x_2 \in (0,\infty)$ przedłużalne do $+\infty$, problem istnienia rozwiązania zależy od warunku (por. [7]):

$$\begin{aligned}\alpha_{11} = {} & \frac{\lambda\rho(x_2)C_2(x_2)}{s^2 - \lambda\rho(x_2)C_1(x_2)}\alpha_{12} - \frac{s}{s^2 - \lambda\rho(x_2)C_1(x_2)}\alpha_{12} \\ & + \frac{\lambda\rho(x_2)C_4(x_2)}{s^2 - \lambda\rho(x_2)C_1(x_2)}\alpha_{22}\,,\end{aligned} \tag{2.3}$$

Warunek nierozdzielności, który musi być spełniony, jest postaci:

$$\begin{aligned}(C_1\alpha_{11} + C_2\alpha_{12} + C_3\alpha_{22})'' - s^2(C_4\alpha_{11} + C_5\alpha_{12} + C_6\alpha_{22}) \\ + (C_2\alpha_{11} + C_3\alpha_{12} + C_5\alpha_{22})' = 0\,.\end{aligned} \tag{2.4}$$

Operator $\mathbf{Q}$ otrzymujemy w następujący sposób:
jeżeli $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{U}\boldsymbol{\gamma}$ gdzie $\mathbf{U}$ jest dowolnym rozwiązaniem równania macierzowego (por. [5])

$$\mathbf{U}' + \frac{1}{2}\mathbf{P}_1\mathbf{U} = \mathbf{0}\,, \qquad \det\mathbf{U} \neq 0\,, \tag{2.5}$$

wtedy równanie

$$\mathbf{R_0}\boldsymbol{\beta}'' + \mathbf{R_1}\boldsymbol{\beta}' + \mathbf{R_2}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{0}\,, \tag{2.6}$$

po zdefiniowaniu operatora $\mathbf{Q}$:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{U}^{-1}\left(-\frac{1}{4}\mathbf{P}_1{}^2 + \mathbf{P}_2\right)\mathbf{U}\,, \text{gdzie } \mathbf{P}_1 = \mathbf{R}_0{}^{-1}\mathbf{R}_1\,, \ \mathbf{P}_2 = \mathbf{R}_0{}^{-1}\mathbf{R}_2\,, \tag{2.7}$$

można zredukować do postaci określonej w (2.1).

Macierze $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2$ są pewnymi macierzami kwadratowymi. Podobnie: $\mathbf{R}_0, \mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2$ są macierzami określonymi w pracy [5] i [7].

Wykorzystując wyniki prac [12] i [13] pokazano, że równanie różniczkowe $\boldsymbol{\gamma}'' + \mathbf{Q}\boldsymbol{\gamma} = \mathbf{0}$ wraz z warunkami brzegowymi (2.2) ma dla każdego $s \in (0, \infty)$, $x_2 \in (0, \infty)$ rozwiązanie. Wstawiając rozwiązanie to do warunku nierozdzielności, otrzymujemy związek dyspersyjny.

W pracy [7] pokazano, że rozwiązanie równania (2.6) spełniające warunki $\boldsymbol{\beta}(x_0) = \boldsymbol{\beta}_0$ $\boldsymbol{\beta}'(x_0) = \boldsymbol{\beta}_1$ dla $x_0 \geq 0$, gdzie $\boldsymbol{\beta}_0, \boldsymbol{\beta}_1$ są zadanymi wektorami, jest przedłużalne do nieskończoności.

Literatura

[1] T. Klecha, *Surface stress waves in a nonhomogeneous elastic half – space. Part I. General result based on spectral analysis. Existence and analyticity theorems*, Arch. Mech. **48**, 3, pp. 493 – 512, Warszawa 1996,

[2] T. Klecha, *Surface stress waves in a nonhomogeneous elastic half – space. Part II. Existence of surface waves for an arbitrary variation of Poisson's ratio. Approximate solution based on perturbation methods,* Arch. Mech. **48**, 3, pp. 513 – 539, Warszawa 1996,

[3] T. Klecha, *Propagation of surface waves in a nonhomogenous anisotropic elastic semi - space*, Bull. Pol. Ac. Sci.tech. **46**, 2, 1998 (163-176).

[4] T. Klecha, *Existence and uniqueness of the solution to the problem of surface wave propagation in a nonhomogenous isotropic elastic half-space*, Bull. Ac. Pol. Sci.tech., **47**, 3, 1999 (221-225).

[5] T. Klecha, *Analysis of surface wave operator in a nonhomogenous isotropic elastic semi-space. Part I*, Bull. Ac. Pol. Sci.tech. **48**, 4, 2000 (493-498).

[6] T. Klecha, *Analysis of surface wave operator in a nonhomogenous isotropic elastic semi-space. Part II*, Bull. Ac. Pol. Sci.tech. **48**, 4, 2000 (499-504).

[7] T. Klecha, *Analysis of surface wave operator in a nonhomogenous anisotropic elastic semi-space*, Bull. Ac. Pol. Sci.tech. **48**, 4, 2000 (505-511).

[8] T. Klecha, *The application of a small parameter method to analysis of the stress surface waves in a nonhomogeneous isotropic halfspace,* Bull. Ac. Pol. Sci.tech. **50**, 4, 2002 (277-284).

[9] J. Ignaczak, *Upper and lower bounds on the velocity of surface waves in a nonhomogenous elastic semi-space*, Arch. Mech. Stos. **23**, 1971 (789-800).

[10] T. Kato, *Perturbation theory for linear operators*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1966.

[11] J. Ignaczak, Rayleigh *waves in a nonhomogenous isotropic elastic semi-space*. AMS **15** (341-345) 1963.

[12] M.A. Naimark, *Linear differential operator*, Nauka, Moskva 1969.

[13] I.G. Pietrowski, *Równania różniczkowe zwyczajne*, PWN, Warszawa, 1967.

[14] T. Rożnowski, *Naprężeniowe fale powierzchniowe w półprzestrzeni sprężystej transwersalnie izotropowej niejednorodnej*, praca habilitacyjna, IPPT PAN, Warszawa 1991.

[15] R.B. Hetnarski, J. Ignaczak, *The mathematical theory of elasticity*, CRCPRESS, Taylor and Francis Group LLC, 2011

[16] C.R. Truesdell, *Mechanics of Solid II*, Encyclopedia of physics vol VI a/2, Springer-Verlag, 1972.

T. Klecha

Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo – badawczych:

Obszary zainteresowań badawczych:

Mechanika ośrodka ciągłego;

Teoria kapitału i pieniądza.

Wykaz prac recenzowanych w Math. Reviews oraz Zentralblatt MATH:

Przed doktoratem

1. T. Klecha: *Existence of generalized tensorial fields in linear asymmetric elastodynamics*, Bull. Pol. Ac. Sci. Tech. XXI, 2, 1973; (69 – 77).;
2. T. Klecha: *Existence of surface waves in nonhomogeneous isotropic elastic semi – space with arbitrary variation of Poisson ratio*, Bull. Pol. Ac. Sci. Tech. XXV, 11, 1977; (347 – 357).;
3. T. Klecha: *Analytical dependence of velocity amplitude of a stress surface wave on the wave number*, Bull. Pol. Ac. Sci. Tech. XXIX, 5 – 6, 1981; (61 – 66).;
4. T. Klecha: *Surface waves in a weakly nonhomogeneous isotropic elastic halfspace*, Bull. Pol. Ac. Sci. Tech. XXIX, 5 – 6, 1981; (67 – 79).;
5. T. Klecha: *Effective form of amplitude of a stress surface waves in a nonhomogeneous isotropic elastic half – space*, Bull. Pol. Ac. Sci. Tech. **23**, 9 – 10, 1982; (473 – 488).;

Po uzyskaniu stopnia doktora

6. T. Klecha: *Surface stress waves in a nonhomogeneous elastic half – space. Part I. General result based on spectral analysis. Existence and analyticity theorems*, Arch. Mech. **48**,3, pp. 493 – 512, 1996.;
7. T. Klecha: *Surface stress waves in a nonhomogeneous elastic half – space. Part II. Existence of surface waves for an arbitrary variation of Poisson ratio. Approximate solution based on perturbation methods*, Arch. Mech. **48** ,3, pp. 513 – 539, 1996.;
8. T. Klecha: *Propagation of surface waves in nonhomogeneous anisotropic elastic semi – space*, Bull. Pol. Ac. Sci. Tech. **46**, 2, 1998.;
9. T. Klecha: *Existence and uniqueness of the solution to the problem of surface wave propagation in nonhomogeneous isotropic elastic half - space*, Bull. Pol. Ac. Sci. Tech. **47**, 3, 1999; (221 – 224)
10. T. Klecha: *Analysis of surface wave operator in a nonhomogeneous isotropic elastic semi – space. Part I*, Bull. Pol. Ac. Sci. Tech. **48**, 4, 2000; (493 – 498);
11. T. Klecha: *Analysis of surface wave operator in a nonhomogeneous isotropic elastic semi – space. Part II*, Bull. Pol. Ac. Sci. Tech. **48**, 4, 2000; (499 – 504);
12. T. Klecha: *Analysis of surface wave operator in a nonhomogeneous anisotropic elastic semi – space*, Bull. Pol. Ac. Sci. Tech. **48**, 4, 2000; (505 – 511);
13. T. Klecha: *The application of a small parameter method to analysis of the stress surface waves in a nonhomogeneous isotropic halfspace*, Bull. Pol. Ac. Sci. Tech. **50**, 4, 2000; (277 – 285).;

T. Klecha

Udział w projektach międzynarodowych:

1. INDECT ("Intelligent Information System Supporting Observation, Searching and Detection for Security Of Citizens in Urban Environment"), projekt Unii Europejskiej realizowany w ramach 7. Programu Ramowego, od 01.02.2011r.;
2. INSIGMA ("Inteligenty System Informacyjny dla Globalnego Monitoringu, Detekcji i Identyfikacji Zagrożeń"), projekt realizowany w ramach Programu Operacyjnego Innowacyjna Gospodarka, współfinansowany przez Unię Europejską, od 01.10.2010r.

Udział w niektórych konferencjach międzynarodowych:

1. ICM 1983, Warszawa /komunikat/;
2. ICM 2002, Pekin.

Dydaktyka w latach 1985 – 2013:

1. Matematyka: UE Kraków (1985 – 2013), UJK Kielce (2002 – 2005);
2. Matematyka finansowa: UE Kraków (1991 – 2013), UJK Kielce (2002 – 2005);
3. Rachunkowość zarządcza: UE Kraków (2000 – 2010), UJK Kielce (2002 – 2005);
4. Analiza czynnikowa w rachunkowości: UE Kraków (2000 – 2004);
5. Problemy chaosu deterministycznego w ekonomii: UE Kraków (2000 – 2005);
6. Statystyka: UJ Kraków (2002 – 2012);
7. Seminarium magisterskie: UE Kraków (2000 – 2013);
8. Teoria prognoz: UKSW Warszawa (2010 – 2013);
9. Ekonometria i teoria prognoz ekonomicznych: UJK Kielce (2002 – 2005).

T. [signature]